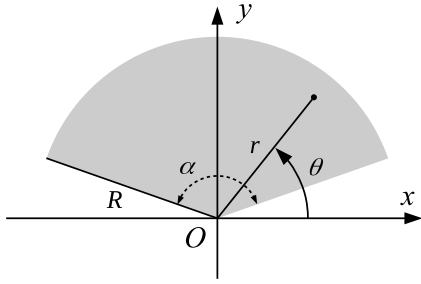


とじしろ 表裏ここには書かない

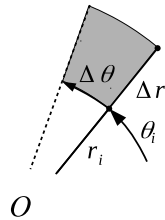


上図に示すような、半径  $R$  の扇型の重心座標  $G = (X, Y)^T$  を、積分計算で導出したい。図のように  $y$  軸が対称軸となる配置で考える。なお、扇型の面密度は  $\rho$  [kg/m<sup>2</sup>] で一定とする。以下の空欄を埋めよ。

問 1 扇型の質量  $M$  を求めよ。

$$M = \boxed{\phantom{000000}} \quad (1)$$

問 2 扇型上の点を極座標  $(r, \theta)$  で表す。この扇型を、微小動径  $\Delta r$  と微小角度  $\Delta \theta$  の小片に分割する。下図は  $i$  番目の小片を表す。小片の総数を  $N$  で表す。



この細片を台形で近似し、その面積  $\Delta S_i$  を求めよ。

長いほうの円弧を下辺とみなすと、その長さ  $w_1$  は、

$$w_1 \approx (r_i + \Delta r) \times \boxed{\phantom{000000}} \quad (2)$$

となる。同様に、上辺（短い方）の長さ  $w_2$  は、

$$w_2 \approx r_i \times \boxed{\phantom{000000}} \quad (3)$$

となる。以上と高さ  $h \approx \Delta r$  より台形の面積を求め、微小量の 3 次以上の項を無視すると、

$$\Delta S_i \approx \boxed{\phantom{000000}} \quad (4)$$

が得られる。

問 3  $i$  番目の小片の質量  $m_i$  を求めよ。

$$m_i = \rho \Delta S_i = \boxed{\phantom{000000}} \quad (5)$$

問 4  $i$  番目の小片の位置ベクトル  $x_i$  の直交成分を、 $r_i$  と  $\theta_i$  で表わせ。

$$x_i = r_i \begin{bmatrix} \boxed{\phantom{000000}} \\ \boxed{\phantom{000000}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

問 5  $N$  個の小片をそれぞれ質点とみなし、扇型を  $N$  個の質点からなる離散剛体とみなす。算法 5.1 を用いて、扇型の近似的な重心座標  $G_N$  を求めよ。

$$G_N = \begin{bmatrix} X_N \\ Y_N \end{bmatrix} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x_i \quad (\text{算法 5.1}) \quad (7)$$

$$= \frac{2}{\alpha R^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \boxed{\phantom{000000}} \\ \sum_{i=1}^N \boxed{\phantom{000000}} \end{bmatrix} \Delta \theta \Delta r \quad (8)$$

問 6 近似的な重心の  $y$  成分  $Y_N$  について、 $N \rightarrow \infty$  の極限をとる。得られる積分を書き下せ（テキスト 46 ページ「積分への書き換え」）。

$$Y = \lim_{N \rightarrow \infty} Y_N \quad (9)$$

$$= \frac{2}{\alpha R^2} \iint_{\text{扇型}} \boxed{\phantom{000000}} d\theta dr \quad (10)$$

問 7  $\theta$  と  $r$  の変域を適切にとり、2 重積分を実行して、重心の  $y$  座標  $Y$  を求めよ。

$$Y = \boxed{\phantom{000000}} \quad (11)$$

一方で、扇型の対称性より、重心の  $x$  座標  $X = 0$  は明らか。

提出方法	http://edu.katzlab.jp/lec/mdyn の「提出用紙」を印刷して使用すること 1 枚以内で解答し、裏面には「感想/要望」を書くこと 複製が疑われるレポートは不正行為の証拠とする（当期全単位 0）
提出期限	次回の前日（次々回以降は、原則として受け取らない）
提出先	機械棟 3 階 システム力学研究室 (2) のレポート提出ボックス

ウラ面に  
感想を書いて  
チェック ✓